

基于慕课平台的线上线下混合式 教学的设计与实践

——“解析几何”教改案例

沈广艳

(东北师范大学数学与统计学院)

【摘要】“解析几何”是大学数学专业的主要基础课程之一，学好这门课对于“数学分析”“高等代数”“微分几何”“大学物理”等课程的学习有极大的促进作用。大学中的“解析几何”是高中平面解析几何的延续与拓展，但大学中的“解析几何”主要研究空间几何问题，研究方法是向量法、坐标法、坐标变换法，将几何问题转换为研究动点向径的坐标所满足的方程问题，从而将对几何问题的定性研究推进到可以计算的定量的层面上来。学习本门课程，可以帮助学生提升数学抽象、空间想象、数学计算、逻辑推理等数学核心素养。为了更好地挖掘课程内容的育人元素，我校课程教学团队设计和建设了“解析几何”在线开放课程，推进课程改革，改变了传统的讲授式教学模式，探索出了线上线下混合式教学的策略，构建了突出学生是课堂主体、教师是课堂主导教学理念的智慧课堂，切实践行了立德树人的根本任务。

数学与统计学院开设的三门基础课中，“数学分析”开课三学期，“高等代数”开课两学期，而“解析几何”则只开课一学期，主讲教师需要在一学期中系统地将“解析几何”的教学内容教授完成，要在每节课中设计大容量的教学内容。而传统教学模式以教师的课堂讲授为主，教师是课堂的“主角”，虽然我们的教师在教学中会充分准备教学内容，但每节课大容量的教学内容及课程中“向量的运算和线性关系”的基础知识与“高等代数”中“矩阵与线性方程组的理论”的高度交叉，仍使大一新生在学习本门课程时，常有课堂上跟不上教师讲课节奏的情况发生，学生的课堂参与程度不理想。另外，学院的大一新生的“解析几何”三个课堂中，师范类学生课堂和数学类学生课堂都是超过90人的大班课堂，这也导致主讲教师在课堂上没有充足的时间与学生交流，教师在学生学习过程中的督促和考核很难做到细致精准。因此，学生交作业的情况与出勤情况就成了学生学习“解析几何”的过程性考核的主要内容，这样的过程性考核具有区分度不明显的弊端。

2018年10月，教育部颁布了《关于加快建设高水平本科教育 全面提高人才培养能力

的意见》，其中分析了人才培养过程中的突出问题，提出了以学生发展为中心、通过教学改革促进学习革命等改进意见。2019年10月，教育部又颁布了《关于深化本科教育教学改革 全面提高人才培养质量的意见》，其中提出：要增加学生投入学习的时间，提高自主学习时间比例，引导学生多读书、深思考、善提问、勤实践；全面提高课程建设质量，实施国家级和省级一流课程建设“双万计划”，着力打造一大批具有高阶性、创新性和挑战度的线下、线上、线上线下混合、虚拟仿真和社会实践“金课”；积极发展“互联网+教育”，探索智能教育新形态，推动课堂教学革命。

为此，借新一轮高校教学改革的契机，在数学与统计学院一流专业学科建设基金的资助下，“解析几何”教学团队在2019年搭建了智慧树平台的“解析几何”在线开放课程，并于2019年10月1日上线运行。“解析几何”在线课程，帮助我们将课程教学模式从传统的线下讲授式转变为线上线下混合式。“解析几何”教学团队注重学生是课堂主体、教师是课堂主导的智慧课堂的教学理念，充分考虑“学习是学习者主动参与的过程；学习是循序渐进的经验积累过程；教学是学习的外部条件，有效的教学一定是依据学习的规律对学习者的给予及时、准确的外部支持的活动”这几条学习和教学基本规律，努力从下面三个方面，充分发挥线上和线下两种形式教学的优势，达到高效课堂的效果，践行立德树人的教育使命。

一、教学创新

在探索课程教学改革的过程中，教学团队成员深度打磨教学大纲，研讨课程的线上、线下教学内容，经过两年多的教学实践，“解析几何”教学突破了传统的讲授式教学模式，向线上线下混合式教学模式转变，具体体现在以下三个方面。

1. 线上有教学资源：“解析几何”在线课程实现了对基础知识的讲解

“解析几何”在线课程，将知识点进行分解，以平均时长在15分钟左右的小视频课的形式进行呈现。线上的资源帮助我们把传统的课堂讲授通过微视频课的形式进行前移，给予学生充分的学习时间，尽可能地让每个学生都带着较好的知识基础走进教室，从而充分保障课堂教学的质量。在课堂上，我们的讲授部分着重于重点、难点，并对学生在线学习过程中反馈回来的共性问题进行讲解。如图1所示。

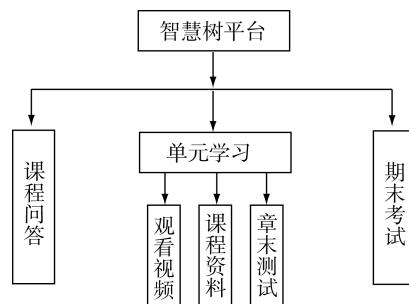


图1 在线课程平台功能模块

2. 线下有教学活动：活动能够检验、巩固、转化学生对线上知识的学习

通过学习在线课程，学生能够基本掌握基础知识点，并且可以就线上学习过程中遇到的问题，在论坛上发出问题帖。任课教师通过查阅和回复学生的问题帖，掌握学生的预习情况，在线下以学生线上课程的自主学习内容为前提，将重点、难点内容再度拿到课堂上，以问题驱动式教学模式，精心设计课堂教学活动，组织学生把线上学到的基础知识进行巩固与灵活应用，并帮助学生查缺补漏。这种混合式教学，能够更加突出学生是课堂主体、教师是课堂主导的智慧课堂的教学理念，真正让学生有更多的机会在认知层面进行学习，而不是像以往一样坐在教室里，被动地跟随教师的授课内容学习新知。

3. 线上和线下的过程评估：能高效促进主讲教师组织课堂教学，高标准达成教学目标

智慧树平台的“解析几何”在线课程中，设置了针对每个视频课学习的“弹题”，以及每章的章测试题、期末考试题。首先，教师可以通过审查学生作答这些题目的情况和学习过程中参与论坛讨论的程度，了解学生在线学习的效果。其次，在线下课堂教学中，教师可以通过观察学生在课堂上与自己的互动情况及对课后作业的解答情况，进一步反馈学生关于这门课程的总体参与情况。这种更加全面细致的过程性考核，让教学活动更加具有针对性，使教学过程更加流畅，更加突出重点，也使学生的学习目标更明确，学习效果更突出。最后，将学生在智慧树平台得到的在线学习的总成绩与线下作业完成情况、出勤情况等核算成过程性考核成绩，再加上期末考试成绩，就可以得到学生学习本课程的相对客观公平的成绩。

“解析几何”课程所采取的混合式教学模式，从外在表现形式上看采用了线上和线下两种途径，值得注意的是“线上”的教学不是整个教学活动的辅助或者锦上添花，而是教学的必备活动。这一教学模式的引入，改进了我们的传统教学，改变了我们在课堂教学过程中教师是主角，甚至有时课堂是教师的“独角戏”，学生学习主动性不高、认知参与度不足，不同学生的学习结果差异过大等现状。

二、教学改革成效与反思

（一）课程教学改革的效果

“解析几何”是数学专业的基础课，一直以来学院都非常重视基础课的教学。每个开课学期，教学团队在教学内容、重点难点等环节都会组织研讨会，制定教学日历；任课教师都会精心备课，致力于在教学环节完美呈现教学内容。但随着教学改革的深入进行，在以立德树人为指导思想的大学课堂上，如果继续采取单一的教师主讲的模式，将不符合学生是课堂主体、教师是课堂主导的新时代智慧课堂的育人理念。“解析几何”教学团队搭建的智慧树慕课平台的“解析几何”在线课程，为课程教学改革提供了必要支撑。自2019年秋季课程上线运行以来，教学模式从传统的讲授式模式转变为线上线下混合式教学模式，教学改革使教师授课和学生学习两方面都发生了较为明显的转变，主要体现在以下几个方面。

1. 充分调动学生学习的主动性

大学数学专业的各门课程的学习内容于学生而言是全新的内容，多数课程中的基本概念抽象、难于理解，性质及定理的证明更是涉及复杂的逻辑推导。我校每节课的时长为 90 分钟，每节课的内容容量都很饱满。学生于“解析几何”在线课程中跟随视频课自学，可以在进入线下课堂之前，对本节课所涉及的基本概念、基本性质进行初步理解。这样在线下课堂中，学生就能紧跟教师的思路，并且会就自己在线上学习过程中产生的疑问，在课堂上有针对性地寻求答案，进而对自己的自学情况进行检验。在线课程论坛，为学生提供了生生交流、师生交流的平台。学生可以将自己在学习过程中遇到的难题发布出来，也可以关注其他同学发布的问题，给出问题的解答，将自己的学习效果转化为对同学学习的帮助，增强合作交流能力，促进全面发展。

2. 充分展现教师的课堂主导作用

在线上线下混合式教学中，教师会依据线下课堂的教学内容布置任务，引领学生观看“解析几何”在线课程的相应视频课进行预习。同时，教师会在线下课堂上，精心设计教学过程。由于教师已经将教学内容中易于理解的基本概念和性质安排在在线课程学习，教师只需在导课环节以问题驱动的方式检验学生对这部分内容的自学效果。课堂上，教师会对教学的重点和难点内容进行详细讲解。由于部分教学内容前移至在线课程，学生对新课的内容有了初步理解，从而对重、难点新知的学习效果显著提高。教师在课堂上针对学生发布在论坛上的问题，选择示例，帮助学生运用所学知识解决问题。在这样的教学模式下，师生良好互动，达到了教学相长的目的。

3. 优化了学生学习本课程的过程性考核

没有进行课程改革前，学生的平时成绩包含作业与课堂表现。其中课堂表现，因课堂学生人数众多、每节课的教学内容含量大，导致教师无法对每位同学给出精准判别，这一项学生之间的区分度不是很大，作业的作答情况差别也不明显，故既往课程考核还是倾向于期中、期末考试成绩，过程考核不充分。采用线上线下混合式教学后，过程性考核改为作业与课堂表现及在线课程学习成绩（由课程论坛交流情况、学习习惯、每个视频课中弹题作答情况、章末测试题作答情况、智慧树课程在线考试综合成绩组成）相结合。教师可以依据学生在线课程的参与情况判断学生学习状况，在课堂上较为精准地观察学生的表现，从而提高过程性考核的区分度。

（二）教学改革的反思

“解析几何”是数学学院的专业基础课，这门课与“高等代数”“数学分析”这两门基础课有着十分紧密的联系，对这两门课程的学习能够起到相辅相成的作用，它还是学生后续学习几何拓扑方向其余专业课程的预备课。这门课在学院课程设置中占据重要地位，同时学生在第一学期需要学习三门基础课及五门左右的共同课，因此一些学生在学习上会“手忙脚乱”。学生分给“解析几何”这门课程的学习时间有限，导致教学团队对这门课程的教学改革步伐不大。目前，对于线上课程，大多数情况下教师会将其设计成前置自主预习和后置自主复习的辅助教学课程。课程考核依据教学大纲，期末成绩占比 70%，平时成绩占比 30%，这样的比例设置使学生学习的过程性考核占比略低。笔者对清华大学、哈

尔滨工业大学等学校的一些线上线下混合式教学进行了研究，发现使用翻转课堂教学对提升线上线下混合式教学模式的教学效果作用显著。今后教学团队计划在一个教学班实施翻转课堂教学，届时教师会将学生分成若干学习小组，将教学内容重新梳理，分割成两个版块：一个版块，教师会采取过去几年的线上线下混合式教学模式。另一个版块，教师会选取一些与中学平面解析几何联系紧密并与“高等代数”交叉度高的内容，并针对教学内容，布置在线学习的任务及小组探究学习的课题，指导学生查阅相关学习资料、观看优质视频，让学生通过小组合作完成课题研究，并在课堂上进行汇报。同时，任课教师及时对汇报进行评价，高质量地完成教与学的任务。小组探究学习，也会增强学生的自主学习意识，提高学生解决问题的能力，培养学生的合作意识和奉献精神，从而达到立德树人的教育目的。在实施翻转课堂教学的班级，过程性考核渠道将被拓宽，平时成绩占比应该调整到40%；在小组探究过程中，教师可依据学生的贡献程度进行组内生生评分，再合并教师评分给出学生关于翻转课堂的过程性考核成绩。

三、典型案例

大学中的“解析几何”是高中平面解析几何的延续与拓展，所研究的问题是空间几何问题，研究方法是向量法和坐标法，将几何问题转化为研究动点的向径的坐标所满足的方程问题，从而将定性的几何问题转化为可以计算的代数问题。

在高中的平面解析几何中，点和直线是基本元素，点到直线的距离问题、线性目标函数的最值问题（线性规划问题）、二元一次不等式的几何意义是平面解析几何研究的三类典型问题。本节课将上述平面解析几何中的典型问题，类比推广到空间中，重点研究点到平面的距离、平面划分空间问题和三元一次不等式的几何意义。

1. 学情分析

学生在高中阶段已经学习了平面上点到直线的距离公式、平面上的线性规划问题、二元一次不等式的几何意义。在本课程中，学生在第一章学习过向量的线性运算、内积、向量积运算、向量在轴上的射影及射影向量；在第三章第一节学习了空间平面的一般式方程、法式方程。

向量在轴上的射影与射影向量、平面法式方程与一般方程的相互转换问题，对初学者来说，理解并掌握它们的几何意义并不容易，需要反复琢磨。“解析几何”在线课程对于上述知识点均有视频讲解，学生在复习这些内容时，对不理解之处，可以回放视频，通过视频上的讲解，温习旧知。

2. 教学目标

(1) 通过本节课的学习，学生能够理解点与平面的离差的概念，并能够运用向量内积的射影算法，推导出离差计算公式，进而得到点到平面的距离公式；能够理解平面方程的法式化因子与离差的关系，进而掌握平面划分空间问题及三元一次不等式的几何意义。

(2) 通过本节课的学习，学生能够类比平面解析几何中的点到直线的距离问题、线性规划问题、二元一次不等式的几何意义，体会空间解析几何是平面解析几何的延伸与拓展，能够用大学数学知识，从高观点下回看中学平面解析几何知识，使学生的知识体系自


然而地延拓。

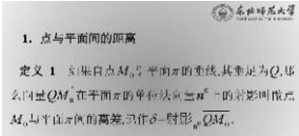
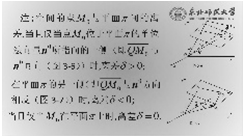
(3) 进一步培养学生直观想象、数学抽象、数学运算、逻辑推理等核心素养。

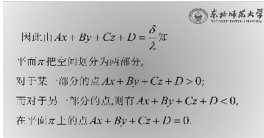
(4) 本节课通过问题驱动式教学，充分调动学生的自主学习意识及探究精神。参与论坛讨论可以增强学生的合作意识，达到立德树人的育人目的。

3. 教学设计（见表 1）

表 1 “平面与点的相关位置”教学设计

<p>一、线上教学</p> <p>教师布置线上学习任务：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 回看第 1.6 节、1.7.1 节视频课，复习向量在轴上的射影向量的内积等知识； 2. 回看第 2.1.3 节视频课，复习空间平面的法式方程与一般方程的相互转换； 3. 观看第 2.2 节视频课，对点与平面的相关内容进行初学习（预习），总结本节课的学习重点、难点及自主学习过程中遇到的问题，并将问题在在线论坛上发布，学生与学生之间先进行相互讨论。 		
<p>二、课堂教学</p> <p>教师依据教学目标、教学内容及学生在线学习时在论坛上发布的问题帖子，采取问题驱动式教学，帮助学生夯实基础知识、梳理本节课的知识脉络，对重点、难点知识进行深入讲解，帮助学生自主学习并解决疑惑。</p>		
		
教学环节	驱动问题及教学情境	设计意图
【导课】	<p>问题 1. 已知平面直线的方程是 $Ax+By+C=0$，一次项系数的几何含义是什么？</p> <p>教师组织讨论：向量 $\mathbf{v}=(A, B)$ 与直线的位置关系是怎样的？</p> <p>教师：观察并找出直线与坐标轴的交点 P, Q 的坐标。</p> <p>学生回答：$P\left(-\frac{C}{A}, 0\right), Q\left(0, -\frac{C}{B}\right)$。</p> <p>教师：$\overrightarrow{PQ}$ 与 \mathbf{v} 是否垂直？</p> <p>学生：在平面直角坐标系下，因为 $\overrightarrow{PQ} \cdot \mathbf{v} = \left(\frac{C}{A}, -\frac{C}{B}\right) \cdot (A, B) = 0$，所以 \overrightarrow{PQ} 与 \mathbf{v} 是垂直的。</p>	<p>在高中阶段，学生对直线方程一次项系数的几何意义的理解，基本上是直线的斜率 $k = -\frac{A}{B}$。若学生推导出由直线的一次项系数组成的向量 $\mathbf{v}=(A, B)$ 与直线垂直，则会对点到直线的距离公式中的各个量有更具几何意义的理解，从而为推导本节课的点到平面的距离公式打下基础。</p>

教学环节	驱动问题及教学情境	设计意图
【导课】	<p>问题 2. 平面方程 $Ax+By+Cz+D=0$ 中, 由一次项系数组成的向量 $\mathbf{n} = \{A, B, C\}$ 与平面的位置关系是怎样的?</p> <p>学生: 在空间直角坐标系下, $\mathbf{n} = \{A, B, C\}$ 是平面的法向量, 它与平面垂直。</p> <p>教师: 类比上述平面的法向量的定义, 我们能够给出平面上直线的法向量的定义——与直线垂直的非零向量叫做直线的法向量。</p>	<p>由平面的法向量的定义, 引出高中阶段没有给出的直线法向量的定义, 为后面学生进行类比讨论做好准备。</p>
【导课】	<p>问题 3. 已知平面直线的方程是 $Ax+By+C=0$, 点 $M(x_0, y_0)$ 不在直线上, 则点 M 到直线的距离公式是什么?</p> <p>学生: $d = \frac{ Ax_0+By_0+C }{\sqrt{A^2+B^2}}$。</p> <p>教师: 请同学们观察, 距离公式中的分子是如何计算的? 分母的值是直线的法向量 $\mathbf{v} = (A, B)$ 的什么值?</p> <p>学生讨论、总结。</p> <p>教师: 请同学们利用直线和平面方程刻画出的法向量猜测一下, 空间中已知平面 $Ax+By+Cz+D=0$ 外的一点 $M(x_0, y_0, z_0)$ 到该平面的距离公式是什么?</p> <p>学生: $d = \frac{ Ax_0+By_0+Cz_0+D }{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$。</p> <p>教师: 请同学们和老师一起完成对猜测的验证。</p>	<p>这个问题的答案是高中平面解析几何的基础知识, 教师用这个问题, 建立起了旧知与新知之间的联系。</p>
【新知识 1】	<p>教师组织学生回顾视频课中点与平面离差的定义, 以及离差与距离的关系, 并在 PPT 中呈现该定义。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="365 1211 666 1346">  </div> <div data-bbox="714 1211 958 1346">  </div> </div>	<p>帮助学生夯实基础知识。</p>
【新知识 2】	<p>问题 4. 离差怎么计算?</p> <p>教师检验学生在线复习的效果, 提问学生向量在轴上射影的相关知识, 启发学生利用定义和上面复习的知识, 与老师一起完成对离差计算公式的推导, 并在板书上呈现上述内容。</p>	<p>这是本节课的重点内容, 由于向量在轴上的射影的相关知识已经于在线课程布置学生复习了, 所以教师引导学生通过离差的定义, 利用向量在轴上的射影的计算公式, 在黑板上板书推导出计算离差的公式:</p> $\delta = x_0 \cos \alpha + y_0 \cos \beta + z_0 \cos \gamma - p_0.$

教学环节	驱动问题及教学情境	设计意图
【新知识 3】	<p>问题 5. 已知平面的一般方程 $Ax+By+Cz+D=0$, 如何计算点 $M(x_0, y_0, z_0)$ 到平面的距离?</p> <p>教师检验学生在线复习的效果, 提问学生平面的一般方程与法式方程的相互转换的相关知识, 启发学生利用平面的法式化因子与单位法向量的关系, 得到离差的另一种表示: $\delta=\lambda(Ax_0+By_0+Cz_0+D)$, 并得到点到平面的距离公式: $d=\frac{ Ax_0+By_0+Cz_0+D }{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.</p> <p>教师: 请同学们总结距离公式中, 分子是如何计算的? 分母是平面法向量 $n=\{A, B, C\}$ 的什么值?</p>	<p>由于教师已经让学生于在线课程中复习了平面一般方程与法式方程的相互转换知识, 学生利用问题 5 中得到的公式, 能够很自然地推导出 $\delta=\lambda(Ax_0+By_0+Cz_0+D)$, 其中</p> $\lambda=\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ <p>是法式化因子, 并进一步得出点到平面的距离公式:</p> $d=\frac{ Ax_0+By_0+Cz_0+D }{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$
【新知识 4】	<p>问题 6. 将平面 $Ax+By+Cz+D=0$ 将空间划分成的两个区域记为 R_1 与 R_2, 在这两个区域中各自任意取一点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $M_2(x_2, y_2, z_2)$, 则 $Ax_1+By_1+Cz_1+D$ 与 $Ax_2+By_2+Cz_2+D$ 的符号有区别吗? 原因是什么?</p> <p>教师组织学生讨论本节课所讲的离差的几何意义, 启发学生利用问题 5 的结论探究问题, 并解决问题。</p> 	<p>点与平面的离差的定义是很重要的一个概念, 教师通过这个问题, 引导学生深度挖掘这个概念所赋予的几何意义, 得到不同区域 R_1, R_2 中点的离差具有相反符号, 同一区域点的离差具有相同符号的性质, 从而利用问题 5 的结论得到三元一次不等式的几何意义。</p>
【解决问题】	<p>例题: 试求由平面 $S_1: 2x-y+2z-3=0$ 与 $S_2: 3x+2y-6z-1=0$ 所构成的二面角的角平分面的方程, 在此二面角内有点 $M(1, 2, 3)$。</p> <p>教师组织讨论, 启发学生对题设条件进行分析。</p> <p>学生总结出在求角平分面方程时, 利用角平分面上的点到两个已知平面的距离相等的几何性质, 将所求问题转化为利用本节课的点到平面的距离公式求解的问题; 对于另一题设条件——此二面角内的已知点的给出, 是为了利用三元一次不等式的几何意义去除上述公式中的绝对值, 从而解决问题。</p>	<p>教师组织学生分析题设条件, 找出解决问题的思路。这道例题的求解过程, 会用到本节课的两个重要知识点(点到平面的距离公式、三元一次不等式的几何意义), 能够锻炼学生运用所学知识解决实际问题的能力。</p>

续 表

教学环节	驱动问题及教学情境	设计意图
【小结】	教师组织学生总结本节课所学知识及数学思想方法，类比本节课学习的点到平面的距离公式和三元一次不等式的几何意义与高中平面解析几何中点到直线的距离公式及二元一次不等式的几何意义，梳理出这两方面知识的内在联系。	旨在引领学生体会两者所蕴含的数学知识的一致性，引导学生从高观点回看中学的平面解析几何知识，帮助学生明确大学数学的学习是在已有知识体系基础上的完善和扩充。

【备注】 课程名称：解析几何。课程性质：学科基础课。所在专业：数学与应用数学、统计学。